2008 ～2009 学年度第二学期

《微积分（一）》期末考试试卷（A 卷）

共 8 页 21 题 考试时间: 2009.6.7 上午 8:30—11:00 考试方式: 闭卷

姓名： 学号： 专业班级：

题号	一 二	三	四	五	六	总分
满分	30	18	18	24	10	
得分						

装订线内不要写解答

一、填空题（每小题 3 分，六个小题共 18 分）

（将答案填在题中横线上，不填解题过程）

得 分	
评卷人	

1.设函数 $z=x^{\ln y}$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$________________________.

2.椭圆抛物面 $y=x^2+z^2$ 在点 $(1,2,1)$ 处的切平面方程为________.

3.交换二次积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{1-y}^{2}f(x,y)\,dx=$____________________.

4.幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为 ________________________.

5.设 $f(x)=\begin{cases}x^2,-\pi\le x<0,\\ \pi^2,0\le x<\pi,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的以 2π 为周期的 Fourier 级数的和函数 $S(x)$ 在 $x=\pi$ 处的值为 ____________________.

6.设 $u=x^2yz$, 则 $div\ (\boldsymbol{grad}\ u)\big|_{(1,2,1)}=$______________________.

二、单项选择题（每小题 3 分，四个小题共 12 分）（将正确选项前的字母填入题中的括号内）

7.以曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$为准线，母线平行于$x$轴的柱面方程是（　　　）.

A. $x^2+2y^2=16$　　　　B. $3y^2-z^2=16$

C. $3x^2+2z^2=16$　　　　D. $3y^2+z^2=16$

8. 函数 $f(x,y)=|x|+y\sqrt{x^2+y^2}$ 在点$(0,0)$处（　　　）.

A.连续且对x的偏导数存在　　　　B.对y的偏导数不存在

C.连续且对y的偏导数存在　　　　D.可微

9． $z_x(x_0,y_0)=0$ 和 $z_y(x_0,y_0)=0$ 是函数 $z=z(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处取得极值的（　　　　）。

（A）充要条件　　　　（B）既非充分也非必要条件

（C）充分但非必要条件　　　　（D）必要但非充分条件

10． 设幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-2)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}na_n(x-2)^{n-1}$ 在 $x=3$ 处（　　　）.

A.发散　　B.条件收敛　　C.绝对收敛　　D.收敛性不确定

三、（每小题 6 分，三个小题共 18 分）

得　分	
评卷人	

11. 设 $z=f(x,\frac{x}{y})+\frac{1}{y}g(xy)$，其中 f 具有连续的二阶偏导数， g 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

12. 设函数 $u=e^z$，其中 $z=z(x,y)$ 由方程 $y=z+x^2z^3$ 所确定，求 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial u}{\partial y}$.

13. 求函数 $u=x^{yz}$ 在点 $M_0(2,1,1)$ 处沿梯度 $\mathbf{grad}\ u\big|_{M_0}$ 方向的方向导数.

得　分	
评卷人	

四、（每小题 6 分，三个小题 共 18 分）

14.计算二重积分 $I=\iint\limits_D (y+xy^2)dxdy$，区域 D 是由两条抛物线 $y=x^2$ 和 $y=4x^2$ 以及直线 $y=1$ 所围成.

15.求 $I=\iint\limits_S (x+y+z)dS$， S 为平面 $y+z=5$ 被柱面 $x^2+y^2=25$ 截得的部分.

16.判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^n}{1+a^n}(a>0)$ 的敛散性.

装订线内不要写解答

得　分	
评卷人	

五、本大题共三小题，每小题均有 A、B 题。A、B 两题任选一题，否则按 A 题评分。A 题满分为 8 分， B 题满分为 4 分。请将所选题题首的圆圈涂黑，表示你的选择。

○**17A**．求 $I=\int_L(-2x^3y)dx+x^2y^2dy$，其中 L 是从点 $O(0,0)$ 沿曲线 $x=\sqrt{2y-y^2}$ 至点 $A(0,2)$ 的曲线段.

○**17B**．求 $I=\oint_L(x+y)dx-(x-y)dy$，其中 L 是椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的正向.

装订线内不要写解答

○**18A.** 求 $I=\iint\limits_S x(y-z)dydz+(x-y)dxdy$，其中 S 为柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=0$ 和 $z=1$ 所围成立体表面的外侧.

○**18B.** 设 V 是由上半球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 与锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域（$R>0$），求 $I=\iiint\limits_V(x^2+y^2+z^2)dv$.

〇**19A**．求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$的和函数.

〇**19B.** 将函数 $f(x)=\frac{1}{3+x}$ 在 $x_0=1$ 处展开为幂级数.

六、证明题（每小题 5 分，两个小题共 10 分）

得　分	
评卷人	

20. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域 $N(0,r)$ 内具有二阶连续导数，且 $f(0)=f'(0)=0$，证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f(\frac{1}{n})$ 绝对收敛.

21.设函数 $Q(x,y)$ 在 xOy 平面上具有一阶连续偏导数，曲线积分 $\int_L 2xydx+Q(x,y)dy$ 在全平面与路径无关，且对任意 t 恒有

$$\int_{(0,0)}^{(t,1)} 2xydx+Q(x,y)dy=\int_{(0,0)}^{(1,t)} 2xydx+Q(x,y)dy$$

求 $Q(x,y)$.

装订线内不要写解答